الدوال العددية

I) مجموعة التعريف

1) تعريف مجموعة تعريف الدالة f هي مجموعة الأعداد التي لها صورة ونرمز لها بـــ D_f

2) مجموعة تعريف الدالة : $f(x)=\dfrac{p(x)}{Q(x)}$

تكون $f(x)$ معرفة إذا وفقط إذا كان $Q(x)\neq 0$. نقوم بحل المعادلة $Q(x)=0$ ولدينا $D_f=\mathbb{R}-\{$ حلول المعادلة $\}$

3) مجموعة تعريف الدالة: $f(x)=\sqrt{P(x)}$

تكون $f(x)$ معرفة إذا وفقط إذا كان $P(x)\geq 0$ نقوم بدراسة إشارة $P(x)$ ولدينا $D_f=$ (اتحاد المجالات التي يكون فيها $P(x)\geq 0$)

II) دالة زوجية دالة فردية .

1) من أجل دراسة زوجية دالة f نقوم بتحديد D_f ونتحقق أن لكل x من D_f لدينا $-x\in D_f$ ثم نقوم بحساب $f(-x)$.

*) إذا وجدنا $f(-x)=f(x)$ فإن f زوجية .

*) إذا وجدنا $f(-x)=-f(x)$ فإن f فردية .

ملاحظة a) يمكن لدالة أن لاتكون لا زوجية ولا فردية .

b) $(-x)^n=\begin{cases} x^n & \text{زوجي } n \\ -x^n & \text{فردي } n\end{cases}$ $\qquad |-x|=|x|$

2) تكون f **زوجية** إذا وفقط إذا كان المنحنى C_f متماثل بالنسبة لمحور الأراتيب .

3) تكون f **فردية** إذا وفقط إذا كان المنحنى C_f متماثل بالنسبة لأصل المعلم .

III) تغيرات دالة أو رتابة دالة .

1) من أجل دراسة رتابة دالة f على مجال I نعتبر x و y من I بحيث $x<y$ *ونقارن* $f(x)$ و $f(y)$.

*) إذا وجدنا $f(x)\leq f(y)$ فإن f تزايدية على I .

*) إذا وجدنا $f(x)<f(y)$ فإن f تزايدية قطعا على I .

*) إذا وجدنا $f(x)\geq f(y)$ فإن f تناقصية على I .

*) إذا وجدنا $f(x)>f(y)$ فإن f تناقصية قطعا على I .

*) إذا وجدنا $f(x)=f(y)$ فإن f ثابتة على I .

2) من أجل دراسة رتابة دالة f على مجال I نعتبر x و y من I بحيث $x\neq y$ *ونقوم بحساب معدل التغير* $T(x,y)=\dfrac{f(x)-f(y)}{x-y}$ *وندرس إشارته .*

*) إذا وجدنا $T(x,y)\geq 0$ فإن f تزايدية على I .

*) إذا وجدنا $T(x,y)>0$ فإن f تزايدية قطعا على I .

*) إذا وجدنا $T(x,y)\leq 0$ فإن f تناقصية على I .

*) إذا وجدنا $T(x,y)<0$ فإن f تناقصية قطعا على I .

*) إذا وجدنا $T(x,y)=0$ فإن f ثابتة على I .

3) نقول إن f **رتيبة** على المجال I إذا كانت تزايدية أو تناقصية على I .

ملاحظة

a) f تزايدية على I يعني C_f تصاعدي في I عندما نتحرك من اليسار نحو اليمين

b) f تناقصية على I يعني C_f تنازلي في المجال I عندما نتحرك من اليسار نحو اليمين

c) f ثابتة على I يعني C_f عبارة عن مستقيم موازي لمحور الأفاصيل في المجال I .

مثال لدينا f تزايدية على كل من $[1,3]$ و $[5,9]$ وتناقصية على $[3,5]$ ونلخص هذا في جدول يسمى جدول التغيرات .

4) رتابة الدالة $f(x)=ax+b$

a) إذا كان $a>0$ فإن f تزايدية على $\mathbb{R}$

b) إذا كان $a>0$ فإن f تزايدية على $\mathbb{R}$

c) إذا كان $a=0$ فإن f ثابتة على $\mathbb{R}$

d) منحنى الدالة f يكون مستقيما .

5)رتابة دالة زوجية ودالة فردية

a) لتكن f دالة زوجية .

*) إذا كانت f تزايدية على I فإن f تناقصية على $-I$.

*) إذا كانت f تناقصية على I فإن f تزايدية على $-I$.

b) لتكن f دالة فردية .

*) إذا كانت f تزايدية على I فإن f تزايدية على $-I$.

*) إذا كانت f تناقصية على I فإن f تناقصية على $-I$.

c) إذا كان $I=[a,b]$ فإن $-I=[-b,-a]$.

IV) مطارف دالة .

1) إذا أردنا أن نبين أن الدالة f تقبل قيمة قصوية في x_0 ، نبين أن $f(x)\leq f(x_0)$ في مجال I يحتوي على x_0 وتكون هذه القيمة القصوية هي $f(x_0)$.

2) إذا أردنا أن نبين أن الدالة f تقبل قيمة دنوية في x_0 ، نبين أن $f(x) \geq f(x_0)$ في مجال I يحتوي على x_0 وتكون هذه القيمة الدنوية هي $f(x_0)$.

3) a) لكي نبين أن α قيمة قصوية للدالة f ، نبين أن $f(x) \leq \alpha$ في مجال I ونبحث عن x_0 من I بحيث $f(x_0) = \alpha$.

b) لكي نبين أن α قيمة دنوية للدالة f ، نبين أن $f(x) \geq \alpha$ في مجال I ونبحث عن x_0 من I بحيث $f(x_0) = \alpha$.

4) إذا كان جدول تغيرات f على شكل

فإن α قيمة قصوية للدالة f في x_0

و β قيمة دنوية للدالة f في x_1 .

5) إذا كان منحنى الدالة f على شكل

فإن α قيمة قصوية للدالة f في x_0

و β قيمة دنوية للدالة f في x_1 .

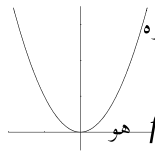
V) الدوال المرجعية .

1) دراسة الدالة $f(x) = ax^2 \quad (a \neq 0)$

x	0
f	$\searrow$ 0 $\nearrow$

a) إذا كان $a > 0$ فإن جدول تغيرات f هو

ويكون C_f شلجما رأسه أصل المعلم ومحوره محور الأراتيب تقعره موجه نحو الأعلى .



b) إذا كان $a < 0$ فإن جدول تغيرات f هو

ويكون C_f شلجما رأسه أصل المعلم ومحوره محور الأراتيب تقعره موجه نحو الأسفل .

2) دراسة الدالة $f(x) = \dfrac{a}{x} \quad (a \neq 0) \quad D_f = \mathbb{R}^*$

a) إذا كان $a > 0$ فإن جدول تغيرات f هو

ويكون C_f هذلولا مركزه أصل المعلم مقارباه محوري المعلم .

b) إذا كان $a < 0$ فإن جدول تغيرات f هو

ويكون C_f هذلولا مركزه أصل المعلم مقارباه محوري المعلم .

3) دراسة الدالة $f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$

من أجل إنشاء C_f نحدد معادلة مختصرة ل C_f. ولهذا نكتب $f(x)$ علىشكل $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ ثم ننطلقمن $y = f(x)$ يعني $y = a(x-\alpha)^2 + \beta$ يعني $y - \beta = a(x-\alpha)^2$ ثم نضع $\begin{cases} X = x - \alpha \\ Y = y - \beta \end{cases}$

إذن المعادلة تصبح $Y = aX^2$ في العلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ مع $\Omega(\alpha, \beta)$

4) دراسة الدالة $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$

من أجل إنشاء C_f نحدد معادلة مختصرة لـــ C_f. ولهذا نكتب $f(x)$ على شكل $f(x) = \beta + \dfrac{\gamma}{x-\alpha}$ ثم ننطلق من $y = f(x)$ يعني $y - \beta = \dfrac{\gamma}{x-\alpha}$ ثم نضع $\begin{cases} X = x - \alpha \\ Y = y - \beta \end{cases}$ إذن المعادلة تصبح $Y = \dfrac{\gamma}{X}$ في العلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ مع $\Omega(\alpha, \beta)$.

5) تقاطع منحنى مع محور ي المعلم .

a) تقاطع C_f مع محور الأراتيب هي النقطة $A(0, f(0))$.

b) *) لكي نحدد تقاطع المنحنى C_f مع محور الأفاصيل نقوم بحل المعادلة $f(x) = 0$ وإذا كانت هذه الحلول هي x_1 ، x_2 ... فإن نقط التقاطع هي $A(x_1, 0)$ ، $B(x_2, 0)$ ... .

*) حلول المعادلة $f(x) = 0$ هي أفاصيل نقط تقاطع C_f مع محور الأفاصيل .

6) تقاطع منحنيين .

*) لكي نحدد تقاطع المنحنى C_f و C_g نقوم بحل المعادلة $f(x) = g(x)$ وإذا كانت هذه الحلول هي x_1 ، x_2 ... فإن نقط التقاطع هي $A(x_1, f(x_1))$ ، $B(x_2, f(x_2))$ ... .

*) حلول المعادلة $f(x) = g(x)$ هي أفاصيل نقط تقاطع C_f مع C_g

7) دراسة الوضع النسبي لمنحنيين .

a) لكي ندرس الوضع النسبي للمنحنيين C_f و C_g نقوم بدراسة إشارة $f(x) - g(x)$

*) إذا كان $f(x) - g(x) \geq 0$ فإن C_f يوجد فوق C_g .

*) إذا كان $f(x) - g(x) \leq 0$ فإن C_f يوجد تحت C_g .

b) حلول المتراجحة $f(x) \leq g(x)$ هي اتحاد المجالات التي يكون فيها C_f تحت C_g

8) حل المعادلة $(E) : f(x) = m$

حلول المعادلة (E) هي أفاصيل نقط تقاطع C_f والمستقيم $(\Delta) : y = m$

9) إنشاء منحنى الدالة $g(x) = |f(x)|$ **انطلاقا من** C_f .

إذا كان $f(x) \geq 0$ يعني C_f فوق محور الأفاصيل فإن $g(x) = f(x)$ إذن C_g منطبق مع C_f .

وإذا كان $f(x) \leq 0$ يعني C_f تحت محور الأفاصيل فإن $g(x) = -f(x)$ إذن C_g مماثل C_f بالنسبة لمحور الأفاصيل.

وبالتالي C_g مكون من جزء C_f الموجود فوق محور الأفاصيل ومماثل جزء C_f الموجود تحت محور الأفاصيل بالنسبة لمحور الأفاصيل .

10) إنشاء منحنى الدالة $g(x) = f(|x|)$ **انطلاقا من** C_f .

لدينا $g(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = g(x)$ إذن g دالة زوجية وبالتالي منحناها متماثل بالنسبة لمحور الأراتيب . ولدينا لكل $x \in [0, +\infty[$: $|x| = x$

إذن $g(x) = f(x)$ ومنه C_g منطبق مع C_f .

وبالتالي C_g مكون من جزء C_f الموجود في $[0, +\infty[$ ومماثله بالنسبة لمحور الأراتيب .

المستقيم في المستوى

I- الأســـــــاس

1) نسمي أساسا كل زوج $(\vec{i},\vec{j})$ مكون من متجهتين غير مستقيمتين $\vec{i}$ و $\vec{j}$.

2) ليكن $B=(\vec{i},\vec{j})$ أساس . كل متجهة $\vec{u}$ تكتب بطريقة وحيدة على شكل $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$ الزوج (x,y) يسمى زوج إحداثيتي المتجهة $\vec{u}$ بالنسبة للأساس B ونكتب $\vec{u}(x,y)$ أو $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$.

ملاحظة: إذا أردنا تحديد إحداثيات المتجهة $\vec{u}$ بالنسبة للأساس. $B=(\vec{i},\vec{j})$ نقوم بحساب المتجهة $\vec{u}$ بدلالة $\vec{i}$ و $\vec{j}$. وإذا وجدنا $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$ فإن زوج إحداثيتي $\vec{u}$ هو (x,y) ونكتب $\vec{u}(x,y)$.

3) ليكن $B=(\vec{i},\vec{j})$ أساسا.

a) لدينا $\vec{i}(1,0)$ و $\vec{j}(0,1)$

b) نعتبر المتجهتين $\vec{u}(x,y)$ و $\vec{v}(x',y')$

لدينا $\vec{u}+\vec{v}(x+x',y+y')$ و $\vec{u}-\vec{v}(x-x',y-y')$ و $\alpha\vec{u}(\alpha x,\alpha y)$

c) نعتبر المتجهتين $\vec{u}(x,y)$ و $\vec{v}(x',y')$

*) نسمي محددة المتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ بالنسبة للأساس B. العدد الذي نرمز له ب $\det(\vec{u},\vec{v})$ والمعرف بما يلي:

$$\det(\vec{u},\vec{v})=\begin{vmatrix}x & x'\\ y & y'\end{vmatrix}=xy'-yx'$$

*) تكون المتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيمتين إذا وفقط إذا كان $\det(\vec{u},\vec{v})\neq 0$

ملاحظة: 1) لتكن $\vec{i}$ و $\vec{j}$ متجهتين غير مستقيمتين.

*) إذا كان $\alpha\vec{i}+\beta\vec{j}=\vec{0}$ فإن $\alpha=\beta=0$

*) إذا كان $\alpha\vec{i}+\beta\vec{j}=\alpha'\vec{i}+\beta'\vec{j}$ فإن $\alpha=\alpha'$ و $\beta=\beta'$.

2) إذا كانت A و B و C ثلاث نقط غير مستقيمة فإن المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مستقيمتين. وبالتلي تكون أساسا .

II- المعلـــــم

1) نسمي معلما كل مثلوث $(o,\vec{i},\vec{j})$ حيث o نقطة و $\vec{i}$ و $\vec{j}$ متجهتين غير مستقيمتين.

2) نعتبر المعلم $R=(o,\vec{i},\vec{j})$

لكل نقطة M من المستوى المتجهة $\overrightarrow{OM}$ تكتب بطريقة وحيدة على شكل $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$ الزوج (x,y) يسمى زوج إحداثيتي النقطة M بالنسبة للمعلم R ونكتب $M(x,y)$ أو $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$

ملاحظة: إذا أردنا تحديد إحداثيات M بالنسبة للمعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ نقوم بحساب $\overrightarrow{OM}$ بدلالة $\vec{i}$ و $\vec{j}$. إذا وجدنا $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$ فإن $M(x,y)$.

3) نعتبر المعلم $R=(o,\vec{i},\vec{j})$.

ونعتبر النقطتين $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$

*) لدينا $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A,y_B-y_A)$.

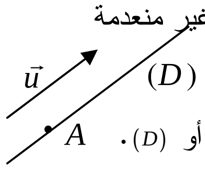
*) إذا كان I منتصف $[AB]$ فإن إحداثيات النقطة I هي:

$$x_I=\frac{x_A+x_B}{2} \quad , \quad y_I=\frac{y_A+y_B}{2}$$

ملاحظة: إذا كانت النقط A و B و C غير مستقيمة فإن المثلوث $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ معلم.

III- المستقيم في المستوى

1) تعريف: لتكن A نقطة و $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة المستقيم المار من A والموجه بالمتجهة $\vec{u}$ هو مجموعة النقط M التي يكون من أجلها $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ مستقيمين ونرمزله ب $D(A,\vec{u})$ أو (D).

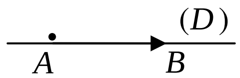


ملاحظة:

a) $M\in D(A,\vec{u})$ يعني $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ مستقيمين.

b) ليكن (D) مستقيم. كل متجهة موازية ل (Δ) تكون موجهة ل (D).

c) المستقيم (AB) مار من A وموجه بالمتجهة $\overrightarrow{AB}$.



2) **تمثيل بارامتري لمستقيم.**

تعريف:

ليكن (D) المستقيم المار من $A(x_0,y_0)$ والموجه بالمتجهة $\vec{u}(a,b)$

تمثيل بارامتري للمستقيم (D) هو $(t\in IR)$ $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\end{cases}$: (D)

هذا التمثيل البارامتري يعني أن (D) هو مجموعة النقط التي تكون احداثيتها على شكل $(1+3t,2-4t)$ حيث $t\in IR$.

يعني كلما عوضنا t بقيمة من IR نحصل على احداثيات نقطة من (D).

مثلا من أجل $t=1$ نجد $x=4$ $y=-2$ إذن $M(4,-2)\in(D)$.

3) **معادلة ديكارتية لمستقيم.**

a) ليكن (D) المستقيم المار من $A(x_0,y_0)$ والموجه بالمتجهة $\vec{u}(a,b)$ للحصول على معادلة ديكارتية ل (D) نتبع ما يلي:

$M(x,y)\in(D)$ يعني $\det(\overrightarrow{AM},\vec{u})=0$

يعني $\begin{vmatrix}x-x_0 & a\\ y-y_0 & b\end{vmatrix}=0$

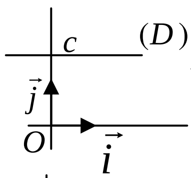
يعني $b(x-x_0)-a(y-y_0)$

نقوم بالنشر ونحصل على معادلة على شكل $Ax+By+C=0$ مع $(A,B)\neq(0,0)$ وهي معادلة ديكارتية ل (D) ونكتب $(D):Ax+By+C=0$.

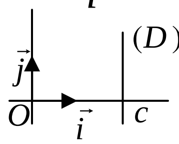
b) نعتبر المجموعة $(D):ax+by+c=0$

(D) مستقيم موجه بالمتجهة $\vec{u}(-b,a)$.

c) *) إذا كان (D) مستقيما موازيا لمحور الأفاصيل فإن المتجهة $\vec{i}(1,0)$ موجهة له وتكون معادلته على شكل $y=c$.



*) إذا كان (D) مستقيما موازيا لمحور الأراتيب فإن المتجهة $\vec{j}(0,1)$ موجهة له وتكون معادلته على شكل $x=c$.



*) محور الأفاصيل هو المستقيم المار من $o(0,0)$ والموجه ب $\vec{i}(1,0)$ معادلته $y=0$.

*) محور الأراتيب هو المستقيم المار من $o(0,0)$ والموجه ب $\vec{j}(0,1)$ معادلته $x=0$.

4) المرور من معادلة ديكارتية إلى تمثيل بارامتري والعكس.

أمثلة:

a) نعتبر المستقيم $(\Delta):x+2y-1=0$ للحصول على تمثيل بارامتري ل (Δ) نستخرج نقطة ومتجهة ل (Δ) أو: $y=t$ أو $x=t$ ونحسب الآخر.

مثلا: نضع $y=t$ إذن $x+2t-1=0$ يعني $x=1-2t$ إذن $(\Delta)\begin{cases}x=1-2t\\ y=t\end{cases}$.

b) نعتبر المستقيم $(\Delta):\begin{cases}x=1+2t\,(1)\\ y=3+t\ \ (2)\end{cases}$ للحصول على معادلة ديكارتية ل (Δ) نستخرج نقطة ومتجهة موجهة أو نحسب t في (1) أو (2) ونعوض في الأخرى.

مثلا: من (2) لدينا $t=-y-3$ وبالتعويض في (1) نجد $x=1-2y-6$ إذن $(\Delta):x+2y+5=0$.

5) الأوضاع النسبية لمستقيمين:

a) من أجل دراسة تقاطع المستقيمين (Δ) و (Δ') يمكن اتباع ما يلي:

i) إذا كان $(\Delta):\begin{cases}x=x_0+at\\ y=y_0+bt\end{cases}$ ، $(\Delta'):\begin{cases}x=x_1+a't'\\ y=y_1+b't'\end{cases}$

نقوم بحل النظمة $(S)\begin{cases}x_0+at=x_1+a't'\\ y_0+bt=y_1+b't'\end{cases}$

*) إذا كان ل (S) حلا وحيدا $t=.$ و $t'=.$ فإن (Δ) و (Δ') يتقاطعان في نقطة ونحصل على إحداثياتهما بتعويض t في تمثيل (Δ).

*) إذا كان للنظمة (S) مالا نهاية له من الحلول فإن $(\Delta')=(\Delta)$.

ii) إذا كان $(\Delta):\begin{cases}x=1+t\\ y=-1+2t\end{cases}$ و $(\Delta'):2x-3y+1=0$

نقوم بحل النظمة $(S)\begin{cases}x=1+t & (1)\\ y=-1+2t & (2)\\ 2x-3y+1=0 & (3)\end{cases}$

بتعويض x و y في (3) نحصل على معادلة من الدرجة

*) إذا كان لهذه المعادلة حل في (Δ) و (Δ') يتقاطعان في نقطة. نعوض t في (1) و (2) ونحصل عليها.

*) إذا كانت المعادلة لا تقبل حل فإن (Δ) و (Δ') متوزيان قطعا.

*) إذا كانت المعادلة تقبل ما لا نهاية له من الحلول فإن $(\Delta)=(\Delta')$.

iii) إذا كان $(\Delta):x+2y-1=0$ و $(\Delta'):2x-y+1=0$ نقوم بحل النظمة $(S)\begin{cases}2x-y+1=0\\ x+2y-1=0\end{cases}$ نفس حالات i).

b) نعتبر المستقيمين $\begin{cases}(\Delta):ax+by+c=0\\ (\Delta'):a'x+b'y+c'=0\end{cases}$

i) إذا كان $\begin{vmatrix}a & b\\ a' & b'\end{vmatrix}\neq0$ فإن (Δ) و (Δ') متقاطعان ونحل النظمة للحصول على نقطة التقاطع.

ii) إذا كان $\begin{vmatrix}a & b\\ a' & b'\end{vmatrix}=0$ فإن $(\Delta)//(\Delta')$

*) إذا كان $\begin{vmatrix}a & c\\ a' & c'\end{vmatrix}\neq0$ أو $\begin{vmatrix}b & c\\ b' & c'\end{vmatrix}\neq0$ فإن $(\Delta)//(\Delta')$ قطعا.

*) إذا كان $\begin{vmatrix}a & c\\ a' & c'\end{vmatrix}=0$ أو $\begin{vmatrix}b & c\\ b' & c'\end{vmatrix}=0$ فإن $(\Delta)=(\Delta')$.

c) إذا أردنا أن نبين أن (Δ) و (Δ') متوزيان أو غير متوازيين نختار متجهة $\vec{u}$ موجهة ل (Δ) و $\vec{v}$ موجهة ل (Δ') ونحسب $\det(\vec{u},\vec{v})$

i) إذا كان $\det(\vec{u},\vec{v})=0$ فإن $(\Delta)//(\Delta')$

ii) إذا كان $\det(\vec{u},\vec{v})\neq0$ فإن (Δ) و (Δ') متقاطعان.

d) إذا كان $(\Delta)//(\Delta')$ فإن أي متجهة موجهة لأحدهما موجهة للآخر.

6) المعادلة المختصرة لمستقيم

a) إذا كان (Δ) مستقيما غير موازي لمحور الأراتيب فإن معادلته تكتب على شكل $y=mx+p$ هذه المعادلة تسمى المعادلة المختصرة.

العدد ة يسمى المعامل الموجه أو ميل المستقيم (Δ).

b) ليكن (Δ) مستقيم موجه بالمتجهة $\vec{u}(a,b)$ مع $a\neq0$ (يعني $(\Delta)\not\parallel(y'oy)$) المعامل الموجه ل (Δ) هو $m\frac{b}{a}$.

c) نعتبر المستقيمين $(\Delta):y=mx+p$ و $(\Delta'):y=m'x+p'$ يكون $(\Delta)//(\Delta')$

إذا وفقط كان $m=m'$

المعادلات والمتراجحات

I - المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى.

* حل المعادلة $ax+b=0$ $(a\neq 0)$

$ax=-b$ أي $x=\frac{-b}{a}$

حل المعادلة هو $S=\left\{\frac{-b}{a}\right\}$

* حل المتراجحة من نوع $ax+b>0$ أو $ax+b\geq 0$ أو $ax+b<0$ أو $ax+b\leq 0$

* جدول إشارة الحدانية $ax+b$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
إشارة $ax+b$		عكس إشارة a	0	إشارة a	

مثال: لنحل المتراجحة

$-3x+6<0$

الحل: لدينا $\frac{-b}{a}=\frac{-6}{-3}=\frac{6}{3}=2$

نضع جدول إشارة الحدانية $-3x+6$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
إشارة $-3x+6$		$+$	0	$-$	

حسب جدول الإشارة فإن حل هذه المتراجحة هو المجال $]2,+\infty[$ أي $S=]2,+\infty[$

II - المعادلات من الدرجة الثانية

$ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$

نلخص النتائج في الخطاطة التالية.

حساب المميز $\Delta=b^2-4ac$

- $\Delta>0$ ← حلان: $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ ← $S=\{x_1,x_2\}$
- $\Delta=0$ ← حل وحيد $x_0=\frac{-b}{2a}$ ← $S=\left\{\frac{-b}{2a}\right\}$
- $\Delta<0$ ← المعادلة ليس لها حل ← $S=\{\emptyset\}$

* تعميل ثلاثية الحدود ax^2+bx+c $(a\neq 0)$

$\Delta=b^2-4ac$

- $\Delta>0$ ← $a(x-x_1)(x-x_2)$
- $\Delta=0$ ← $a(x-x_0)^2$
- $\Delta<0$ ← ليس لها تعميل في $\mathbb{R}$

ملاحظة: الأعداد x_0 و x_1 و x_2 هي حلول المعادلة $ax^2+bx+c=0$ (حسب Δ) (انظر الخطاطة السابقة)

III - المتراجحات من الدرجة الثانية

* جدول إشارة ثلاثية الحدود

$(a\neq 0)$ ax^2+bx+c

↲ الحالة الأولى: إذا كان $\Delta<0$ أو $\Delta=0$

x	$-\infty$		$+\infty$
إشارة ax^2+bx+c		إشارة a	

↲ الحالة الثانية: إذا كان $\Delta>0$ لتكن x_1 و x_2 حلول المعادلة $ax^2+bx+c=0$. نفترض أن $x_1<x_2$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
إشارة ax^2+bx+c		إشارة a	0	عكس إشارة a	0	a	

العلاقات بين النسب المثلثية